

珠算加減法及速算法之研究

劉 福 壽

第一節 速算與加法的關係

科學的昌達，促使物質文明的發達。使人類的活動領域日益廣濶，事業組織日益複雜，控制的資料與所需計算的數字也愈多。普通的數字報表，或日常的計算事物，大多為數字的集合整理，亦即把許多數字集合為一累計數以作參考，或把許多數字先為集合，再根據幾個累計數字為之分析比較。集合數字即是加法的應用。一個數字與一個數字的集合即是一次加法的應用。多數的數字的集合即多數次的加法的應用。多個數字乘以一個數字或一個比率，或多個數字除以一個數字或一個比率，必先把多個數字集合再乘之或除之。從一系列數字內連續減去幾個數字，亦必先把幾個應減的數字集合起來，從一系列數字內減去。所以在四則中以加法應用的次數最多。因此加法速算法至為重要。倘加法速算法未能熟練，則其他之珠算速算法亦難熟練。因之，學習者於初學速算法時，不可忽略加法速算法之練習。

通常珠算加法大致歸為二個基本運算法：

1. 將加數直接加入被加數內。
2. 當被加數相對位，不克容納時撥去補數（珠算術語簡稱「去」）並進位（珠算術語簡稱「進」）。

直接加入的道理很簡單，無庸多述。撥去補數的算法較為複雜，而其運用法亦有改進的必要。故將於下述各小節詳述撥去補數的算法，並研究其改進之道，以配合速算之用。壹、先進後去法——把先去後進改為先進後去。

通常加法，如本檔已有2，加8時則先在本檔撥去2，再在左檔添進一下珠。故通常口訣為八去二進一。這是逆勢撥珠。因為在算盤上佈珠是由左而右，而演算時若無進位亦由左而右。因之，由左而右是常態，是順勢。我們可以把因進位而由右回左的撥珠的習慣改過來，改為先左後右。即仍用上例：2+8，先在左檔進一下珠，再撥去本檔的2。這樣，佈數運算，及進位都可以儘量地協調起來，而為由左至右的順勢撥珠。因此，通常加法口訣應改訂為：

一進一去九	二進一去八	三進一去七	四進一去六
五進一去五	六進一去四	七進一去三	八進一去二
九進一去一	六進一去五上一	七進一去五上二	
八進一去五上三	九進一去五上四		

其實，先進後去很合理的。我們如果留意很多利用補數的速算法便會很明白。比如： $+839+98=839+100-202$ 是98的補數。在速算演算時，先加100再減2。再看通常加法有利用補數原理。 $8+7$ 在算盤上運算，口訣為七去三進一。三是七的補數，加7不是加3，而是前面加10後面減3。用算式表示為 $8+7=8+10-3$ 。因此，我

們可以仿照筆算加法速算法的演算順序，先知十進數後減去補數的辦法而將加法的進位的撥珠改爲「先進後去」。

先進後去在「進一」與「去五」聯用時，也非常自然。比如被加數爲5（上珠一顆）加數爲5，用口訣五進一去五。拇指將左檔下珠一顆撥上靠樑，食指將右檔上珠撥去。拇指較短，食指較長，拇指端靠左，食指端靠右，恰成左下右上之姿勢，兩個動作先後將算珠推上，手勢配合非常自然。這種順勢同樣適用於六進一去五上一，七進一去五上二，八進一去五上三，九進一去五上四。把「進」「去」「上」三個動作調和了，同一往上撥，順著向右行，唯有先進位才可以求得珠算原理與手勢的調和。現在附帶列明改用先進後去以後的兩指撥珠法：

(一)用拇指撥上前檔下珠同時用食指撥去後檔上珠，如 $5 + 5$ 。

(二)用拇指撥上前檔下珠，同時用食指撥去後檔上珠，再用食指撥去後檔下珠，如 $6 + 4$ ， $7 + 3$ 。

(三)用拇指撥上前檔下珠，同時用食指撥去後檔上珠再用拇指撥去後檔下珠。如 $7 + 4$ ， $8 + 3$ ， $8 + 4$ ， $9 + 3$ ， $9 + 4$ 。

(四)用拇指撥上前檔下珠，同時用食指撥去後檔上珠，再用拇指撥上後檔下珠。如 $5 + 6$ ， $5 + 7$ ， $5 + 8$ ， $5 + 9$ 。

(五)用拇指撥上前檔下珠，同時用食指撥下後檔上珠。如 $11 + 15$ 。

(六)用食指撥下本檔上珠，同時連帶撥去本檔全部下珠。如 $4 + 1$ ， $2 + 3$ ， $3 + 2$ 。

(七)用食指撥下本檔上珠，同時用拇指撥去本檔一部份下珠。如 $4 + 3$ ， $4 + 2$ 。

(八)用食指撥下本檔上珠，同時用拇指撥上本檔下珠。如 $1 + 6$ ， $1 + 7$ 。

(九)用拇指撥上前檔之下珠，用食指或拇指撥去後檔下珠。如 $1 + 9$ ， $4 + 9$ ， $2 + 8$ 。

貳、4與9——可以有滿五滿十的條件，但不必要先經過滿五滿十的置珠

有些人打算盤先讓下珠滿五，再撥去之，然後撥下上珠來代替同值。或先讓上下珠滿十，再撥去十，然後向前檔進一。實際說來，下珠滿五，上下珠滿十都是不必要的程序。滿四滿九即有下五進一的可能。滿四時如要加一，不必再添一下珠，可以直下上珠去下珠。滿九時如要加一，不必再添一珠，可以直接在前檔進一並去後檔的九。四是下珠的飽和，九是上下珠的飽和。進步的算盤，下珠只有四顆上珠一顆。每一檔全部下珠代表四，全部上下珠代表九。我們從這裡得到啓示，四與九才是算盤構成的中心。因此本速算法亦以四與九爲中心。欲學本速算法要先把握四與九。

叁、組成的運用

甲乙二數合成爲丙，丙爲此二數的組成，在此一組中，如以甲爲主數，則乙是甲的補數。

如以乙爲主數，則甲爲乙的補數。通常珠算加法，被加數下珠不克容納加數，則進而利用上珠，通稱「下五」。被加數不克容納加數，則進而利用前檔下珠，通稱「進一」。

被加數係先在算盤佈數者，加數則係未先佈數者。遇被加數不克容納加數時，不必將加數佈入，而以加數為主，在被加數內抽出一數配合加數滿五滿十而進位。這個配合加數進位的數便是加數的補數。加數+加數的補數=組成。也可以說「組成」產生「進位」。亦即運用組成以進位並撥去被加數的補數。下五或進一時隨著撥去補數者便是進位。

通常加法已有 5 之組成及 10 之組成之運用。前述更提供 4 之組成及 9 之組成配合速算之用。各組成的運用法見後述。

肆、大進位

通常加法的運算以一檔為一小段落，每一小段落最大的運算結果為進十（進十指在前檔添進一顆下珠所以亦稱進一）。二列數字相加常有連續幾個進十的。可以把這幾個連續進十組織起來，亦即把幾個小進位結為一個大進位。

這幾個小進位在結合起來作一個大段落運算時，最後的一個小進位要有滿十的條件。前面的幾個則不必先滿十，只要先滿九即可。因為最後一個小進位滿十進一，1 與前面的 9 結合又可再向前進一。

通常加法滿五下五滿十進一。大進位乃滿五滿十的擴大，即滿五十，滿五百，滿五千……滿一百，滿一千，滿一萬……等。同樣，大進位的首位只要滿四即可下五，滿九即可進一。因為這首位又可以預先把後位的進一計入。大進位把幾個小進位一併連結起來運算，所以後面的進一，已在前預先有安排。

用算式說明如下：

4 9	4 9 9	4 9 9 9	9 9	9 9 9	9 9 9 9
+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1
5 0	5 0 0	5 0 0 0	1 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0 0

進位由組成產生，大進位由連續的組成產生。上面的算式亦可以組成的行列來表示如下：

滿五十 (4)，(9+1) 即 4 之組成—10 組成。

滿五百 (4)，(9)，(9+1) 即 4 之組成—9 之組成—10 之組成。

滿五千 (4)，(9)，(9)，(9+1) 即 4 之組成—9 之組成—10 之組成。

滿一百 (9)，(9+1) 即 9 之組成—10 組成。

滿一千 (9)，(9)，(9+1) 即 9 之組成—9 之組成—10 之組成。

滿一萬 (9)，(9)，(9)，(9+1) 即 9 之組成—9 之組成—10 之組成。

這些組成行列即大進位的伸展式。珠算是由左至右佈數運算的。組成的行列亦係由左至右運用的。以 4 之組成或 9 之組成開始，以 9 之組成延續，以 10 之組成結束。

大進位先下五或進一，再連續撥去幾個補數。運用連續的組成，撥去連續的補數。連續撥去補數時不再作個別的進位的撥珠，即不個別地在前檔添進一下珠。因為這些應進的「一」，已預先會合前面的組成再向前位，故不再個別地佈入前檔的被加數內。大進位只有開始時一次的進位。所以大進位簡化了撥珠動作。

伍、由簡求速

加法速算法，由進後去，四與九，大進位三大原則配合而成，而以組成來運用。把通加法釘住在一檔一算的束縛解除，把前後檔的數字的聯繫順手勾劃出來，運算的構思可以靈活，撥珠的動作可以簡化。由簡求速，乃速算之道。

第二節 速算與算盤研究

打算盤撥珠動作快捷固然需要。但光是動作快捷還是不夠，還要從計算原理去求快捷。而且，仔細研究起來，表面的打算盤動作有些是不需要的。比如有些人打算盤喜歡打些虛子。打虛子是在撥算兩個數字的中隔時間，不讓手指停撥，而在算盤空檔上打些與應計算的數字無關的虛子，撥上撥下，別人聽起來，好像是飛快不停的撥算，實際上則其中有許多不需要的動作。這不需要的動作由惡習慣產生。又如乘除運算被乘數、被除數要先在算盤佈珠。但乘數、除數則不必在算盤另一方佈珠，可以直接對被乘數、被除數來運算，以省一次佈珠手續。此外，還有通常珠算運算法原理所產生的不必要撥珠動作，仍有提出改善的必要。換言之，我們要從積極方面簡化珠算運算時的撥珠動作。珠算速算法就用數學原理去求打算盤的簡化與合理化。

通常談速算的，只是把幾個特殊性質的數字用較簡捷的方法來運算。如 85×125 改用 $89 \times 1,000 \div 8$ 來速算， 468×25 改用 $468 \times 100 \div 4$ 來速算之類的速算法並不是經常有機會用得到。而有些速算法不易學，有些則不能配合珠算原理。

第三節 加法速算法研究

一列被加數與一列加數相加，當中有些相對位可能是不進位的，有些可能是進位的，還有些是連續幾位都進位的。這些連續的小進位便連結為一個大進位。因此，兩列數相加的結果有三種：不進位，小進位，大進位。亦可能同時具備三種。例如 $4336 + 7814$ 第一位 $4 + 7$ 第二位 $3 + 8$ 係連續二個小進位應連結為一個大進位。第三位 $3 + 1$ 不進。第四位 $6 + 4$ 小進位。

壹、不進位

不進位係一位被加數與一位加數結合不利用組成，不撥去補數，而直接將加數佈入被加數之內，相加的結果並不進位。不進位所用口訣如下：

一上一 二上二 三上三 四上四 五上五 六上六 七上七
八上八 九上九

解：一上一指加數為1在被加數相對位上撥上一顆下珠。五上五指加數為5，在被加數相對位添上珠一顆，餘類推。

貳、小進位

小進位係一位被加數與一位加數之結合因滿五或滿十而進位。其進位係利用撥去補數

的原理。進位有二：下五（當滿五時），與進一（當滿十時）。下五用5之組成，進一用10之組成。

10之組成：10之組成有下列幾組，每組由二數合成為10，二數互為補數。

(1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5)

從被加數相對位內抽出一補數可與加數合為10者，運算時先在前檔進一下珠在本檔撥去補數。

口訣：一進一去九 二進一去八 三進一去七
四進一去六 五進一去五 六進一去四
七進一去三 八進一去二 九進一去一

解：一進一去九，加數為1，在前檔添進下珠一顆，再在被加數本檔內撥去9。餘類推。

若加數為6, 7, 8, 9，而被加數下珠不敷撥去補數時，口訣為：

六進一去五上一 七進一去五上二 八進一去五上三
九進一去五上四

解：六進一去五上一，加數為六，在前檔添進下珠一顆去本檔上珠的五，再在本檔撥上下珠一顆。餘類推。

5之組成：5之組成有下列幾組。每組由二數合成為5，二數互為補數：

(1, 4), (2, 3)

從被加數相對位內抽出一補數可與加數合為5者，運算時先在本檔撥上下珠再撥去補數。

口訣：一下五去四 二下五去三 三下五去二 四下五去一

解：一下五去四，加數為1，在被加數相對位撥下上珠，再在同位撥去下珠四顆。餘類推。

叁、大進位

大進位構成式



(一)大進位開始時用：

(1)4之組成。4之組成有下列幾組，每組由二數合成為4：二數互為補數：

(0, 4), (1, 3), (2, 2)

從被加數相對位抽出一補數可與加數合為4者，運算時先下五再撥去補數。

口訣：一下五去三 二下五去二 三下五去一
四下五去〇 〇下五去四

解：一下五去三，加數為1，在被加數相對位撥下上珠，再在本檔撥去下珠三顆，餘類推。

解：四下五去0，加數為4，在被加數相對位內撥下上珠，不再撥去下珠，因去0即不去下珠。

解：0下五去四，例 $48 + 9$ ，加數十位為空位，被加數十位為4，被加數4的後位向前進一與被加數以再各滿五而下五，故先在被加數4本檔內撥下上珠再撥去下珠四顆。

(2) 9之組成：9之組成有下列幾組。每組由二數合成為9，二數互為補數：

(0, 9), (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5)

從被加數相對位內抽出一補數可與加數合為9者，運算時先在前檔進一再撥去本檔內的補數。

口訣：一進一去八 二進一去七 三進一去六 四進一去五
五進一去四 六進一去三 七進一去二 八進一去一
九進一去〇 〇進一去九

解：一進一去八。加數為1，在被加數相對位的前檔進一，再撥去本檔內的8。

解：九進一去0。加數為9，在被加數相對位的前檔進一，本檔的珠不撥動，因去0即無珠可去。

解：0進一去九。例 $96 + 4$ 。加數十位為空位，被加數9的後位向前進一與被加數9再合滿十而進一，故先在被加數9的前進一檔再撥去9。餘類推。

加數5, 6, 7, 8遇被加數相對位的下珠不敷撥去補數時，可不必用大進位。用小進位亦可。例 $64 + 79$ 。被加數6的下珠僅一顆不足去2，可用小進位口訣即七進一去五上二，九進一去一。

(一) 大進位延續時用：

9之組成，9之組成各組與上同，但不在前檔作形式上的進位的置珠。運算時只撥去補數。

口訣：一去八 二去七 三去六 四去五 五去四
六去三 七去二 八去一 九去〇 〇去九

解：一去八，加數為1，在被加數相對位內撥去8。

解：九去〇，加數為9，被加數相對位的珠不撥動。

解：〇去九，加數為空位，被加數為9，撥去9即可。餘類推。

(二) 大進位結束時用：

10之組成。10之組成有下列幾組。每組由二數合成為10，二數互為補數：

(1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5)。

從被加數相對位內抽出一補數可與加數合為10者。運算時只撥去補數，並不在前檔作形式上的進位的置珠。

口訣：一去九 二去八 三去七 四去六 五去五
六去四 七去三 八去二 九去一

解：一去九，加數為1，在被加數相對位內撥去9。餘類推。

若加數為6, 7, 8或9，而被加數下珠不敷撥去補數時，口訣為：六去五上一，七去五上二，八去五上三，九去五上四。

解：六去五上一，加數爲六，撥去本檔上珠，再撥上下珠一顆。餘類推。

肆、複合組成：——4，10合組，9，10合組

4，9，10 各組成之互補數熟習後，我們更可以進一步把兩個組成互相配合爲一個更大的複合組成。兩數合成爲50，其十位數爲4之組成，個位數爲10之組成。兩數合成爲100，其十位數爲9之組成，個位數爲10之組成。4，10合組就是50之組成，9，10合組就是100之組成。這兩個複合組成可以幫助運算二位數時看數的速度。尤其是9，10複合組成。9，10兩個組成連在一起等於一個大進的後半部，是常用得到的。又乘法運算用複合組成更佳，除法亦可用之。

例(1)：

4之組成內有組(1，3) 10之組成內有一組爲(2，8)。複合起來就成爲二個互補數(12，38)，(12，38)便屬於50之組成。

例(2)：

9之組成內有一組爲(1，8)，10之組成內有一組爲(4，6)。複合起來爲(14，86)。(14，86)便是屬於100之組成。各互補數詳列如後：

50 之組成各互補數

(1，49)	(9，41)	(18，32)
(2，48)	(11，39)	(19，31)
(3，47)	(12，38)	(21，29)
(4，46)	(13，37)	(22，28)
(5，45)	(14，36)	(23，27)
(6，44)	(15，35)	(24，26)
(7，43)	(16，34)	(25，25)
(8，42)	(17，33)	

100 之組成各互補數

(1，99)	(5，95)	(9，91)
(2，98)	(6，94)	(11，89)
(3，97)	(7，93)	(12，88)
(4，96)	(8，92)	(13，87)
(18，82)	(27，73)	(35，65)
(19，81)	(28，72)	(36，64)
(21，79)	(29，71)	(37，63)
(22，78)	(31，69)	(38，62)
(23，77)	(32，68)	(39，61)
(24，76)	(33，67)	(41，59)
(25，75)	(34，66)	(42，58)
(26，74)	(15，85)	(16，84)

(14 , 86)	(17 , 83)	(43 , 57)
(44 , 56)	(45 , 55)	(46 , 54)
(47 , 53)	(48 , 52)	(49 , 51)

伍、新加法特寫

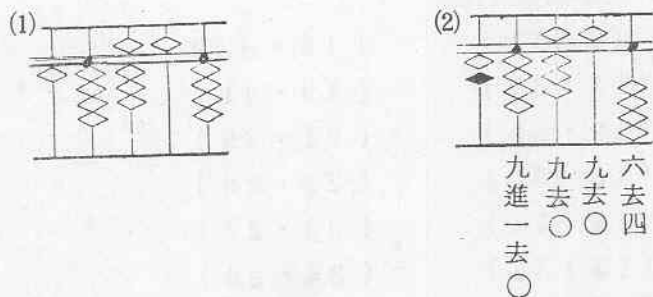
學過通常加法的，再學新加法，會覺得新加法的輕鬆快捷，減少許多無謂的撥珠動作。這裡提出幾個時常會遇到的新加法運算情形，並附以通常加法比較，使學者對新加法有更多的認識。

(一)快捷省事的9

在9之組成中，有一組為(0, 9)。若加數連續幾位均為9，則被加數的連續幾個相對位檔上均不必撥珠。例如：加數為9,996，被加數相對位有三檔之珠不動。若用通常加法則被加數相對位每檔均要添一下珠進位。新加法加數9愈多，運算愈省力。

例： $14,854 + 9,996 = 24,850$

用新加法：



用通常加法：

運算 $14,854 + 9,996$ 可以下列口訣說明動作：

$4 + 9$ 九去一進一 (撥本檔下珠及前檔下珠共二次)

$8 + 9$ 九去一進一 (撥本檔下珠及前檔下珠共二次)

$5 + 9$ 九上四去五進一 (撥本檔上珠及下珠以及前檔下珠共三次)

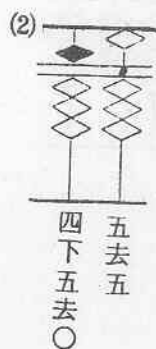
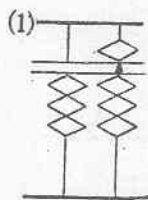
$4 + 6$ 六去四進一 (撥本檔下珠及前檔下珠共二次)

比較：用新加法，撥珠只有二次，即開始時進一與末後的去四。用通常加法，每檔撥珠，計上珠共撥珠九次。

(二)撥了上珠不必再撥下珠

$38 + 45$ 用新加法，僅須撥上珠。若用通常加法，則上下珠均有撥動。新加法只撥二個珠，通常加法撥四個珠。

用新加法：



用通常加法：

通常加法運算 $38 + 45$ 可以列口訣說明動作：

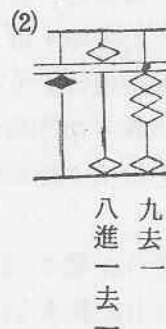
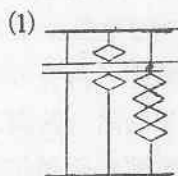
$3 + 4$ 四下五去一（撥本檔上珠及下珠共二次）

$8 + 5$ 五去五進一（撥本檔上珠及前檔下珠共二次）

（三）撥了下珠不必再撥上珠

$64 + 89$ 用新加法，僅須撥下珠。若用通常加法，則上下珠均有撥動。

用新加法：



用通常加法：

通常加法運算 $64 + 89$ 可以下列口訣說明動作：

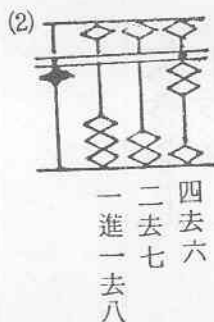
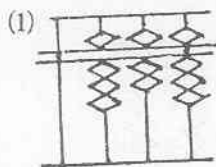
$6 + 8$ 八上三去五進一（撥本檔下珠上珠及前檔下珠共三次）

$4 + 9$ 九去一進一（撥本檔下珠及前檔下珠共二次）

（四）順著一個方向撥珠，不必回頭撥。若用通常加法則須回頭撥。

例(1) $878 + 124 = 1,002$

用新加法：



用通常加法：

通常加法運算 $878 + 124$ 可以下列口訣說明動作：

$8 + 1$ 一上一（撥本檔下珠一次）

$7 + 2$ 二上二（撥本檔下珠一次）

$8 + 4$ 四去六進一（撥本檔上下珠一次，又向前進位一次）

（再向前進位一次）

（再向前進位一次）

比較：新加法由進一起向右撥經四檔。通常加法由左至右復由右回左共撥經六檔。

例(2)核算分配數時，兩列數構成中位連續幾個9之組成者常可遇到。比如有三千萬元的預算數照某項比例分配予六個單位，分成六列數字。再將分配數相加，核驗是否為三千萬元。從第一列數字起累加至第五列，這五列數字的累計數與第六列數字其當中幾個相對位相配必為9之組成。此累計數與第六列數相加時便知新加法的簡捷。

分配數	累計
第一個單位分配數 \$ 2,482,891.00.....	\$
第二個單位分配數 \$ 11,787,702.00.....	\$ 14,270,593.00
第三個單位分配數 \$ 9,540,204.00.....	\$ 23,810,797.00
第四個單位分配數 \$ 3,433,937.00.....	\$ 27,244,734.00
第五個單位分配數 \$ 1,427,784.00.....	\$ 28,672,518.00
第六個單位分配數 \$ 1,327,482.00.....	\$ 30,000,000.00

新加法運算 $28,672,518 + 1,327,482$ 用下列口訣說明：

$8 + 1$ （一進一去八） $6 + 3$ （三去六） $7 + 2$ （二去七）

$2 + 7$ （七去二） $5 + 4$ （四去五） $1 + 8$ （八去一） $8 + 2$ （二去八）

第四節 減法速算法研究

壹、通常減法的兩個基本算法

二數相減，被減數係先在算盤上佈數者。

減法的運算法有二：

(一)將減數直接從被減數內減去。

(二)當被減數不足減去減數時：

(1)如被減數下珠不足減去減數，而被減數有上珠可供利用者，則撥去上珠，再在同位添入減數的補數。撥去上珠簡稱「去五」。

(2)如被減數上下珠均不足減去減數，則將被減數前位減1，再在被減數本位添入減數補數，將前位減1簡稱「退一」。

去五與退一並添入補數者均稱退位。

貳、減法撥珠法

減法的佈數與加法是一樣由左至右。退位時先退一再添補數亦係先左後右。所以通常減法撥珠很合理而自然。

減法的撥珠法如下：

(一)用食指撥去下珠（用拇指撥去亦可，大致靠樑近的算珠用食指撥去較為方便，靠樑遠的用拇指撥較好。）如：

$$9 - 4 \quad 9 - 3 \quad 9 - 2 \quad 9 - 1 \quad 8 - 3$$

(二)用食指撥去上珠，如：

$$9 - 5 \quad 8 - 5 \quad 7 - 5$$

(三)用食指撥去上珠，同時用拇指撥去下珠（當被撥的下珠係靠樑較遠者）如：

$$9 - 6 \quad 9 - 7 \quad 8 - 6$$

(四)用食指撥去上珠及下珠（當被撥的下珠貼近橫樑時用）如：

$$9 - 9 \quad 8 - 8 \quad 7 - 7 \quad 6 - 6$$

(五)用食指撥去上珠同時用拇指撥上下珠。如：

$$8 - 4 \quad 7 - 3 \quad 6 - 4 \quad 6 - 3$$

(六)用拇指撥去前檔的下珠同時用食指撥下後檔的上珠。如：

$$10 - 5 \quad 11 - 5 \quad 12 - 5 \quad 13 - 5$$

(七)用拇指撥去前檔的下珠，再用食指撥下後檔上珠，同時用拇指撥上後檔的下珠。如：

$$10 - 4 \quad 10 - 3 \quad 10 - 2 \quad 11 - 3$$

(八)用食指撥去前檔的下珠，再用拇指撥上後檔的上珠。如：

$$10 - 9 \quad 10 - 8 \quad 11 - 9 \quad 11 - 8$$

(九)用拇指或食指撥去前檔的下珠。再以食指撥下後檔的上珠，同時用拇指撥去後檔的下珠。如：

$$12 - 6 \quad 13 - 6 \quad 14 - 6 \quad 14 - 7$$

(十)用拇指撥去前檔的下珠，同時用食指撥去後檔的上珠。如：

$$36 - 15 \quad 37 - 25 \quad 48 - 15$$

叁、減法與速算

珠算中減法運算時，有一列數字與一列數字相減，其中有連續序位被減數不足減去幾

位減數的。這是連續的退位。可以連結這些個別的退位為一大退位。大退位與兩個基本算法合同。因此，本文所討論之減法以不退位，小退位，大退位三個算法合成。

(一)不退位

將減數直接從被減數減去，不用退位，不添入補數，故為不退位。

口訣：一去一 二去二 三去三 四去四 五去五
 六去六 七去七 八去八 九去九

解：一去一即減數為1，從被減數直接減去1。二去二即減數為2，從被減數直接減去2。餘類推。

(二)小退位

一位被減數與一位減數相減，被減數不足減數，須先退位並添入減數的補數。

小退位有：去五與退一。去五用5之組成，退一用10之組成。

5之組成有下列幾組，每組由二數合成，二數互為補數：

(1, 4) (2, 3)

口訣：一去五添四 二去五添三 三去五添二 四去五添一

解：一去五添四即添數為1，撥去被減數上珠，並在同位添入下珠四顆。四去五添一即減數為4，撥去被減數上珠，再添入下珠一顆。餘類推。

10之組成有下列幾組。每組由二數合成，二數互為補數：

(1, 9) (2, 8) (3, 7) (4, 6)

(5, 5)

口訣：一退一添九 二退一添八 三退一添七
 四退一添六 五退一添五 六退一添四
 七退一添三 八退一添二 九退一添一

解：一退一添九即減數為1，先在前位被減數內減1，再在本位添入9。餘類推。

若減數為6, 7, 8或9，而被減數下珠不能容納應添入的減數補數時，口訣為：

六退一添五去一 七退一添五去二 八退一添五去三
九退一添五去四

解：六退一添五去一，即減數為6，將前檔被減數內減1，在本檔添入上珠，撥去下珠一顆。

(三)大退位

(1)大退位開始時用

甲、4之組成。4之組成有下列幾組。每組由二數合成，二數互為補數：

(0, 4) (1, 3) (2, 2)

口訣：○去五添四 一去五添三 二去五添二
 三去五添一 四去五添四

解：○去五添四。例 $51 - 2$ ，減數的前位為空位。該前位相對位被減數為5。被減數1不足減去該減數2，須向前借1方夠減去，故前位去五改添四。

解：一去五添三即減數為1，撥去被減數上珠，再添入下珠三顆。餘類推。

乙、9之組成。9之組成有下列幾組。每組由二數合成，二數互為補數。

(0, 9) (1, 8) (2, 7)
(3, 6) (4, 5)

口訣：○退一添九 一退一添八 二退一添七
三退一添六 四退一添五 五退一添四
六退一添四 六退一添三 七退一添二
八退一添一 九退一添○

解：0退一添九。例 $100-8$ 。減數8的前位為空位，該空的相對位被減數十位亦為空位。相減時在被減數的百位減1，在被減數的十位添入9，再在被減數的個位添入2。十位添9時口訣為0退一添九。

解：一退一添八。減數為1，在被減數前位減1，再在本位添8。餘類推。

(2)大退位延續時用

甲、9之組成：其組成與前述之組成相同

口訣：○添九 一添八 二添七 三添六 四添五
五添四 六添三 七添二 八添一 九添○

解：一添八。減數為1，在被減數相對位添8。餘類推。大退位結束時用。10之組成。10之組成有下列幾組。每組由二數合成，二數互為補數：

(1, 9) (2, 8) (3, 7)
(4, 6) (5, 5)

口訣：一添九 二添八 三添七 四添六 五添五
六添四 七添三 八添二 九添一
六添五去一 七添五去二 八添五去三
九添五去四

解：一添九。減數為1，在被減數相對位添入9。餘類推。

你 知 道 嗎 ？

(1)記號：下面記號為我們日常計算時所用的記號。你知道何時何人發明的嗎？

記號	發明年	發明者	國家
± }	1489	約翰·威特曼	德國
×	1557	威廉·奧都列	英國
÷	1559	約翰·海因立嘉藍	瑞士
=	1557	羅哈特·勒歌雷特	英國
()	1629	阿蘭爾·吉拉特	法國

(2)最大數和最小數

大數：一十百千萬億兆京垓梯穰溝澗正載極

小數：分厘毛糸忽微纖沙塵埃渺漠

(3)四捨五入：凡無名數之帶小數或小數答數末尾部份不拘是否經四捨五入而成為零時

，均不得附零記號，非者無效。

例（小數第三位未滿者四捨五入）

如盤面：	3.52	寫成 3.520	}	無效
	3.4895	寫成 3.490		
	3.4904	寫成 3.490		
	寫成 3.49 即有效			

數字的聯想

陳文宗

自人類在地球上出現以來，數字成為人類生活上重要的工具，數字的開始是按數目的多少而畫出。數字在文明進步的過程中，一直扮演著非常重要的角色，任何事與物需要測量、計算、平均或估計，均需加以數量化，才能為大眾所接納。各地有各種不同的數字，但是阿拉伯數字為世界各地都使用。

政府的收支與預算、外匯的存底、學術機關的統計資料、人類的智商、人口的密度、人才的供需、國民的總所得、個人的薪資、所得稅的申報、金融的市場、投資的報酬率、產品的價格、行銷的策略、組織的編制、庫存的管理、成本的變動、物料的成份、生產力的提高、利率的調整、生活的物價指數、民意代表的選舉、聯招會的工作、電腦的記憶體、工作的時間、時效的顯示、報紙與雜誌的發行、距離的遠近、交通的流動量、行車的速率、核能廠的發電、經費的增減、飛彈的多寡、營養的均衡、面積的範圍、溫度的高低、登山的高低、風速的強弱、噪音的標準、電話的號碼、抽獎的揭曉、貸款的審核、家庭計畫的推行、客戶的帳號、出國觀光的結匯、比賽的結果、電影的首映記錄……等等均與數字有密切關係，大部分的數字都是具有用途，如何處理和運用這些數字，成為現代國民的熱門話題。

資訊時代的來臨，數字隨時隨地環繞在您的四週，一連串天文般的數值實在令人迷惘，如何培養信心以加強對數字產生興趣，值得我們共同努力來探討和關心。